

# 计算电磁学笔记

上海交通大学 电子工程系 劳佳

## 前 言

这本笔记是本人 2005 年至 2008 年,在上海交通大学电子工程系就读电磁场与微波技术专业研究生期间所做的。笔记里面大部分章节内容,来自于金荣洪教授所讲授的《计算电磁学》以及《导波系统的电磁原理和数值解法》两门课程的讲义,小部分涉及到周希朗教授《微波应用数学》课程内容,也包括本人当时所阅读部分书籍和论文时所整理的一些资料。本人并重绘了所有插图。

当然,作为“笔记”,意味着其中创新内容近乎于零,大部分是抄书抄讲义抄论文。有些经典书籍,图书馆多年散佚殆尽,仅存复印本辗转流传,重新排印绘图之后,也能比原书易读些,自己还不免欣赏一番;有些论文或者段落,看过一遍无甚印象,算过抄过一遍,倒也有些心得。如今虽复印扫描手段便利,但“三读不如一抄”,此法虽笨,也还有益。受当时时间所限,部分章节(如几何绕射理论一章)内容没有整理完整,整体来看也弄得比较仓促。参考文献尽量整理了一些,但仍旧不免有遗漏。

时隔四年,看到这本承载着当时读研时小小的学术梦想和学习热情的讲义,仍然不免感慨。虽然现在不再从事这个行业,但当时付出的时间和努力,也记录着年轻的时候,曾经认真地想要做好一件事情。现在,在征得了金荣洪教授的同意之后,将这本讲义放在网站上公开。希望读到这本讲义的人,能够得到一些助益和收获。笔记中的错漏必然有不少,如蒙您指出,不胜感激。

劳佳

2012 年 5 月于宾州

# 目 录

前 言 .....	ii
第1章 绪论 .....	1
1.1 电磁场问题及求解方法 .....	1
1.1.1 电磁场边值问题的三类求解方法 .....	1
1.1.2 解析法 .....	1
1.1.3 近似法 .....	2
1.2 电磁场的数值分析方法简介 .....	3
第2章 矢量及并矢分析 .....	6
2.1 广义正交曲线坐标系 .....	6
2.1.1 单位矢量与度量因子 .....	6
2.1.2 坐标变换下单位矢量间的关系 .....	7
2.1.3 变量分离的充要条件 .....	8
2.2 电磁理论中的符号矢量方法 .....	10
2.2.1 传统算子理论中的问题 .....	11
2.2.2 新算符的引入 .....	12
2.2.3 符号矢量方法 .....	13
2.2.4 其它常用运算及矢量恒等式 .....	15
2.3 并矢及其运算 .....	17
2.3.1 并矢函数 .....	17
2.3.2 并矢的分析 .....	19
2.4 矢量和并矢积分定理 .....	20
2.4.1 基本积分定理 .....	20
2.4.2 Green 定理 .....	21
第3章 电磁场中的若干问题 .....	23
3.1 电磁位函数 .....	23
3.1.1 标量电位与矢量磁位 .....	23
3.1.2 标量磁位与矢量电位 .....	24
3.1.3 Coulomb 规范 .....	25
3.1.4 Hertz 位 .....	26
3.1.5 Debye 位 .....	28

3.2 矢量波函数 .....	30
3.2.1 矢量波函数的引入 .....	30
3.2.2 矢量波函数基 .....	31
3.3 并矢格林函数 .....	31
3.3.1 并矢格林函数的引出 .....	31
3.3.2 并矢格林函数的解 .....	33
3.3.3 并矢格林函数的对称性 .....	35
3.4 积分方程 .....	36
3.4.1 标量方程 .....	36
3.4.2 矢量方程 .....	41
<b>第4章 变分问题 .....</b>	<b>47</b>
4.1 变分和变分方程 .....	47
4.2 变分问题及 Euler 边值问题 .....	48
4.2.1 简单泛函 .....	48
4.2.2 含一阶导函数的泛函 .....	48
4.2.3 含一阶偏导数的泛函 .....	49
4.2.4 含二阶偏导数 (不含一阶偏导) 的泛函 .....	51
4.2.5 约束条件下的变分问题 .....	52
4.2.6 微分方程形式的约束条件 .....	52
4.2.7 泛函方程形式的约束条件 .....	53
4.3 线性算子方程化为变分方程 .....	54
4.3.1 正算子的确定性方程 .....	54
4.3.2 下有界算子的本征值方程 .....	55
4.3.3 正定算子的广义本征值方程 .....	57
4.3.4 非自伴算子的确定性方程 .....	57
<b>第5章 各种泛函解法 .....</b>	<b>59</b>
5.1 概述 .....	59
5.2 Rayleigh-Ritz 法 .....	59
5.2.1 根据物理原理的直接变分解 .....	60
5.2.2 确定性算子方程的变分解 .....	60
5.2.3 广义本征值算子方程的变分解 .....	61
5.2.4 基函数序列的选择 .....	62
5.3 近似变分解的改进 .....	64
5.3.1 Ritz 法的误差估值 .....	64

5.3.2 直接变分问题中泛函极值的上、下界.....	64
5.3.3 Trefftz 法.....	65
5.3.4 Weinstein 法.....	65
5.3.5 调节边界法.....	66
5.4 变分法在电磁场问题中的计算实例.....	67
5.4.1 波导管传播常数的变分解.....	67
5.4.2 细天线输入阻抗的变分解.....	70
5.5 加权余量法.....	73
5.6 矩量法.....	75
5.7 边界积分法.....	76
5.7.1 内域基的边界积分法.....	76
5.7.2 Green 函数法的应用.....	78
5.7.3 边界基的边界积分法.....	79
5.8 有限元和边界元法.....	80
5.8.1 有限元法.....	80
5.8.2 矩量法.....	82
5.8.3 单矩法 (单边矩量法).....	82
5.8.4 边界元法.....	84
5.9 各种泛函解法的关系.....	85
<b>第 6 章 矩量法.....</b>	<b>86</b>
6.1 矩量法的基本原理.....	86
6.1.1 权函数的选择.....	88
6.1.2 基函数的选择.....	93
6.1.3 矩量法中的若干问题.....	97
6.2 近似算子和扩展算子.....	98
6.2.1 近似算子.....	98
6.2.2 扩展算子.....	100
6.3 二维散射场的矩量法解.....	101
6.3.1 二维电磁场的 Green 函数.....	102
6.3.2 导体柱体 TM 场的矩量法解.....	103
6.3.3 应用实例.....	106
6.4 线形天线中的矩量法解.....	108
6.4.1 线天线的积分方程.....	108
6.4.2 矩量法解.....	110
6.4.3 线形天线阵列的矩量法解.....	113

6.5 任意弯曲细线天线的矩量法解 .....	114
6.5.1 电流分布的近似算子方程 .....	114
6.5.2 电流分布的矩量法解 .....	115
6.5.3 天线参数的计算 .....	118
6.5.4 应用实例 .....	119
6.6 本征值问题的矩量法解 .....	120
6.7 非均匀传输线本征值问题 .....	122
6.7.1 二阶微分算子的矩量法解 .....	123
6.7.2 一阶微分算子的矩量法解 .....	125
6.8 柱形波导本征值问题的矩量法解 .....	127
6.9 矩量法求解中的一些关键技术 .....	128
6.9.1 迭代技术 .....	129
6.9.2 空间分解技术 .....	132
6.9.3 对角化技术 .....	134
<b>第7章 测度不变方程法 .....</b>	<b>137</b>
7.1 基本思想 .....	137
7.2 理论证明 .....	141
7.3 时域 MEI 方法 .....	142
7.3.1 基本原理 .....	142
7.3.2 MEI 系数的测试 .....	143
7.4 表面 MEI 方法 .....	145
7.5 MEI 方法的一些新发展 .....	147
<b>第8章 谱域方法 .....</b>	<b>148</b>
8.1 基本概念及其应用简介 .....	148
8.2 频率选择表面的分析 .....	149
8.2.1 频率选择表面 .....	149
8.2.2 FSS 散射问题的建立 .....	149
8.2.3 矩量法解算子方程 .....	154
8.2.4 场分解以及传输系数的计算 .....	161
8.3 多层介质问题 .....	162
8.3.1 多层介质的一般谱域格林函数 .....	163
8.3.2 有厚度有耗传输线的谱域解法 .....	167
<b>第9章 直线法 .....</b>	<b>170</b>
9.1 基本概念 .....	170

9.2 应用实例.....	171
9.2.1 带调谐片的微带线结构.....	171
9.2.2 平面谐振腔的分析.....	174
9.2.3 误差分析及精度改进.....	177
9.3 直线法新进展.....	177
<b>第 10 章 几何绕射理论.....</b>	<b>179</b>
10.1 基本概念.....	179
10.1.1 高频的几何光学近似.....	179
10.1.2 几何光学的强度定律.....	181
10.1.3 均匀媒质中射线场的基本表达式.....	182
10.1.4 Fermat 原理.....	183
10.1.5 几何绕射理论的基本概念.....	183
10.2 理想导电劈.....	187
10.2.1 理想导电劈的本征函数解.....	187
10.2.2 绕射场的分离.....	189
<b>第 11 章 分数阶 Fourier 分析.....</b>	<b>191</b>
11.1 分数阶微积分.....	191
11.1.1 定义的引入.....	192
11.1.2 分数阶微积分的性质.....	195
11.2 分数阶 Fourier 变换.....	197
11.2.1 FRFT 的定义.....	197
11.2.2 FRFT 的性质.....	198
11.2.3 FRFT 与时频分析.....	200
<b>附录 A 常用广义正交曲线坐标系.....</b>	<b>202</b>
<b>附录 B 泛函基础.....</b>	<b>209</b>
B.1 集合、映射与 Hilbert 空间.....	209
B.1.1 集合.....	209
B.1.2 映射——运算规则的拓扑表示.....	210
B.1.3 Hilbert 空间.....	211
B.2 算子.....	213
B.2.1 线性算子.....	213
B.2.2 对称算子、正定算子和自伴算子.....	214

B.3 自伴边值问题 .....	216
B.3.1 Sturm-Liouville (S-L) 边值问题 .....	216
B.3.2 Poisson 边值问题 .....	217
B.3.3 Helmholtz 边值问题 .....	218
B.3.4 Fredholm 边值问题 .....	219
参考文献 .....	<b>221</b>